

1.1.Hipotez Testi

Karar teorisinin en önemli dalı hipotez testleridir. Yapılan çözüm hakkında karar verilirken, önce hipotez kurulur. Sonra kurulan hipotezin testine imkan verecek örnekleme yapılır. Elde edilen veriler uygun istatistik metodlarla değerlendirilerek bazı sonuçlara) varılır.

Hipotez: Bir veya daha fazla veri grubu hakkında ileri sürülen ve doğruluğu önceden bilinmeyen iddialara hipotez denir.

Hipotez testi: Hipotezi, örnekten elde edilen bilgilere bağlı olarak belirli bir hata payı ile doğrulanmasına hipotez testi denir.

Ortalama, varyans ve oran kullanılarak hipotez test ediliyorsa bu testlere parametrik testler, sıralama, işaret kullanılarak hipotez test ediliyorsa bu testlere non-parametrik testler denir.

Bir hipotez testinde iki tip hipotez vardır:

- I. Temel Hipotez (0 Hipotezi, H_0): Normal şartların kabulü şeklinde ileri sürülen hipotezdir.
- II. Alternatif Hipotez (Karşıt Hipotezi, H_s): H_0 hipotezine karşı geliştirilen hipoteze alternatif hipotez denir.

Bir hipotez testi yapılırken aşağıdaki aşamalar takip edilir:

- 1) Hipotez kurulur (H_0 ve H_s).
- 2) Dağılımı tespit edilir ve kritik cetvel değeri belirlenir.
- 3) Test istatistiği hesaplanır.
- 4) Test istatistiği ve kritik cetvel değeri karşılaştırılarak karar verilir (Yıldız vd, 1999).

Hipotez Testlerinin Dengeleme Hesabında Kullanımı

1.2. Hipotez Testlerinin Dengeleme Hesabında Kullanımı

1.2.1. Model Hipotezi Testi

Dengeleme hesabının matematik modelinin ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik (fonksiyonel model) ve fiziksel (stokastik model) ilişkilere uyup uymadığı, ölçülerin duyarlılıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtmayı yansıtmadığı Model Hipotez Testi yoluyla denetlenir. Bu test ile ölçülerdeki kaba hataların ayıklanmasının yanında

dengelemenin dayandığı matematiksel modelin geçerli olup olmadığı kontrol edilir ve geçerli olması durumunda geçerli modellerin nasıl elde edileceği de gösterilir.

Aynı koşullarda benzer türden ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda, dengelemeden önce elde edilen ve gözlemlerin ağırlıklarının belirlenmesinde yararlanılan birim ölçünün ortalama hatasının öncül (a priori) değeri s_0 ile dengeleme hesabı sonucunda bulunana soncul (a posteriori) değeri m_0 büyüklüğü kullanılarak model hipotezinin testi için sıfır hipotezi,

$$H_0 = E\{m_0^2\} = E\{S_0^2\} \quad (.....)$$

biçiminde kurulur. Seçenek hipotezleri tek yönlü testlerde

$$H_{S1} = E\{m_0^2\} < E\{S_0^2\} \quad (.....)$$

$$H_{S1} = E\{m_0^2\} > E\{S_0^2\} \quad (.....)$$

olarak, çift yönlü testlerde ise

$$H_{S2} = E\{m_0^2\} \neq E\{S_0^2\} \quad (.....)$$

olarak kurulur. Birim ölçünün öncül ve soncul değerleri yardımıyla hesaplanana test büyüklüğü,

$$T = \frac{m_0^2}{s_0^2} ; \quad m_0 > S_0 \quad (.....)$$

F-dağılım tablolarından yanılma olasılığı (α), payın serbestlik derecesi (f) ve paydanın serbestlik derecesine (f_f) göre alınan

$$q_1 = F_{f,f_f,1-\alpha} \text{ ya da } q_2 = F_{f,f_f,1-\frac{\alpha}{2}} \quad (.....)$$

değerler ile karşılaştırılır (Bayrak, 2003). Test büyüklüğü, seçenek hipotezi H_{S1} ise q_1 ile seçenek hipotezi H_{S2} ise q_2 ile karşılaştırılır.

Eğer test büyüklüğü tablo değerinden küçük ise ($T < q$), dengeleme modeli geçerlidir. Başka bir deyişle kurulan fonksiyonel model, gözlemlerin arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere uygundur. Stokastik model, gözlemlerin duyarlıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtmaktadır.

Eğer test büyüklüğü tablo değerinden büyük ise ($T > q$), dengeleme modeli geçersizdir. Bu durum, ölçülerde kaba hata olması ya da fonksiyonel ve stokastik modellerin yanlış kurulması gibi nedenlerden kaynaklanabilir.

Sıfır hipotezinin reddedilmesine bunlardan hangisinin neden olduğu bilinemez ve yukarıda verilen test ise bu konuda bilgi vermez. Bu durumda uyuşumsuz ölçüler testi ile uyuşumsuz ölçülerin ayıklanması gerekmektedir. Test sonucunda uyuşumsuz ölçülerden arınmış ölçülerle yeni bir dengeleme işlemi yapılır ve model hipotezi testi yenilenir (Tanır, 2000; Kara, 1998; Konak, 1994; Şimşek, 1992).

1.2.2. Uyuşumsuz Ölçüler Testi

Model hataları çoğunlukla ölçülerdeki kaba hatalardan kaynaklanır. Kaba hatalar düzeltme denklemlerinin kurulması aşamasında sabit terimlerde kendilerini gösterirler ve kolayca giderilebilirler. Buna karşın rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba hatalar, kolaylıkla fark edilemezler ve dengeleme hesabı sonucunda bulunan büyüklükleri olumsuz yönde etkilerler. Uyuşumsuz ölçüler dengelemenin matematik modelinin geçersizliğine neden olabilir. Bunlar ancak uyuşumsuz ölçüler testi ile belirlenebilirler. Model hipotezini geçersiz kılabilen uyuşumsuz ölçüler data-snooping, tau ve t-testlerinden herhangi biriyle ortaya çıkarılabilir. Sıfır hipotezi, “uyuşumsuz ölçü yoktur” biçiminde öngörülür (Öztürk, Şerbetçi, 1992; Şimşek, 1992).

Uyuşumsuz ölçüler testi için kurulacak Hipotez testinde sıfır hipotezi, ölçülerin hiçbirinin uyuşumsuz ölçü olmadığı; seçenek hipotezi ise ölçülerin en az birinin uyuşumsuz ölçü olduğu şeklindedir.

I_i ölçüsüne ilişkin düzeltme v_i , düzeltmelerin kofaktör matrisi (Q_{vv})’nin i ’nci köşegen elemanı q_{vivi} , kullanılarak Test büyüklüğünün hesabı

$$T_i = \frac{|v_i|}{m_0 \sqrt{q_{vivi}}} \quad (30)$$

Eşitliğiyle yapılır.

Test büyüklüğünün karşılaştırılacağı tablo değeri q_i t-student dağılım tablosundan bulunur.

$$q = t_{f, 1-\alpha/2}$$

Her ölçü için hesaplanan T_i değeri q_i ile karşılaştırılır.

$$T_1 > yada < q$$

$$T_2 > yada < q$$

$$T_3 > yada < q$$

....

$$T_n > yada < q$$

Bu karşılaştırmaya göre tüm T_i test büyüklüğü q tablo değerinden küçükse “ölçü grubunda uyuşumsuz ölçü olmadığına” karar verilir.

Bir yada birkaç T_i test büyüklüğü q tablo değerinden büyükse “ölçü grubunda uyuşumsuz ölçü olduğuna” karar verilir. Bu durumda her adımda ölçü grubundan tek bir ölçü çıkarılabileceği için en büyük T_i değerine sahip ölçü, ölçü grubundan çıkarılır ve dengeleme hesabı işlemi kalan ölçülerle tekrarlanır.

Tüm ölçü grubu uyumlu çıkana kadar bu işleme devam edilir.

1.2.3. Koordinat Bilinmeyenlerinin Anlamlılık Testi

Dengeleme hesabı sonucunda hesaplanan dengeleme bilinmeyenlerinin anlamlı olup olmadığı da hipotez testleri kullanılarak test edilebilir. Bu durumda kurulacak hipotez testinde H_0 hipotezi;

$$H_0 = E\{dx\} = 0$$

Seçenek Hipotezi

$$H_S = E\{dx\} \neq 0 \quad \text{şeklindedir.}$$

Bu hipotezleri test etmek için test büyüklüğü;

$$T_i = \frac{|dx_i|}{m_0 \sqrt{q_{xixi}}}$$

Eşitliğiyle bulunur. Test Büyüklüğünün karşılaştırılacağı tablo değeri ise

$$q = t_{f,1-\alpha/2}$$

Eşitliğiyle hesaplanır. Tün bilinmeyenler için hesaplanan T_i test değerleri q tablo değeri ile karşılaştırılır ve

$T_i < q$ ise H_0 hipotezi geçerli ve d_{xi} bilinmeyi anlamsız;

$T_i > q$ ise H_0 hipotezi geçersiz ve d_{xi} bilinmeyi anlamlıdır sonucuna varılır.

Örnek:

$n = 24$ ölçü kullanılarak yapılan dolaylı ölçüler dengelemesinde kurulan normal denklemler aşağıdaki gibidir. $f_0 = 20$ için $s_0 = \pm 0.86$ olarak verildiğine göre matematik modelin geçerliliğini ve hesaplanan nokta bilinmeyenlerinin anlamlılığını irdelleyiniz.

$$\begin{bmatrix} 10.62 & 3.38 & -1.37 & -0.26 \\ 3.38 & 0.72 & 0.03 & 1.84 \\ -1.37 & 0.03 & 6.83 & 3.77 \\ -0.26 & 1.84 & 3.77 & 1.57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dx_2 \\ dy_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.81 \\ -3.54 \\ -3.40 \\ 4.57 \end{bmatrix} = 0$$

$$V^T P V = 85.92$$

$$F_{20,24,1-\alpha/2} = 2.33$$

$$t_{24,1-\alpha/2} = 2.09$$

Çözüm:

Verilenler normal denklemlerdir. Yani; $(A^T P A)x - (A^T P \ell) = 0$

Bu durumda çözüm yapılırsa;

$$x = (A^T P A)^{-1} (A^T P \ell) = \begin{bmatrix} -0.49135 \\ 3.046162 \\ 0.617508 \\ -2.22337 \end{bmatrix}$$

(ATPA)-1	X
$\begin{vmatrix} 0.139909 & -0.09983 & 0.150153 & -0.22039 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -0.49135 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} -0.09983 & 0.209597 & -0.38031 & 0.651045 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3.046162 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 0.150153 & -0.38031 & 0.250562 & -0.13109 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.617508 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} -0.22039 & 0.651045 & -0.13109 & 0.152229 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -2.22337 \end{vmatrix}$

$$m_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-u}} = \pm 2.073$$

Model Hipotezinin testi;

$$T_i = \frac{m_0^2}{s_0^2} = 5.809 \text{ bulunur. Bu değer model hipotezi testi olduğundan F dağılım tablosundan}$$

alınan değerle karşılaştırılır.

$$5.809 > F_{20,24,1-\alpha/2} = 2.33 \text{ olduęundan matematik modelin geęersizlięine karar verilir.}$$

Sorunun devamı olan nokta bilinmeyenlerinin anlamlılığı test edilirse;

$$\begin{aligned} T_{dx1} &= \frac{|dx1|}{m_0 \sqrt{Q_{dx1dx1}}} = 0.634 \\ T_{dy1} &= \frac{|dy1|}{m_0 \sqrt{Q_{dy1dy1}}} = 3.210 \\ T_{dx2} &= \frac{|dx2|}{m_0 \sqrt{Q_{dx2dx2}}} = 0.595 \\ T_{dy2} &= \frac{|dy2|}{m_0 \sqrt{Q_{dy2dy2}}} = 2.749 \end{aligned} \text{ bulunur.}$$

Bu değerler t-tablosundan alınan sınır değerle karşılaştırılırsa;

$$0.634 < 2.09$$

$$3.210 > 2.09$$

$$0.595 < 2.09$$

$$2.749 > 2.09$$

Bu durumda 1. ve 3. bilinmeyen anlamsız; 2. ve 4. bilinmeyenlerin anlamlı, olduğuna karar verilir.